

Épreuve 2026 **Mathématiques** (concours ENAC EPL/S)

Préambule

Ce document propose l'énoncé de l'épreuve de Mathématiques du concours EPL/S 2026.

Consignes

La durée de l'épreuve est de 2h. La calculatrice est interdite. Le jour de l'épreuve, les réponses sont reportées sur un formulaire où le candidat noirci les cases «A», «B», «C», «D» ou «E». Il est demandé d'utiliser un stylo bille ou une pointe feutre de couleur noire.

Le candidat doit choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Les questions comportent zéro, une ou deux réponses correctes. Dans le cas où le candidat juge qu'aucune des propositions n'est juste, il noircira la case «E» sur le formulaire de réponses.

En cas de réponse fausse, aucune pénalité n'est appliquée.

Questions liées

1-5
6-11
12-16
17-19
20-21
22-25
26-28
29-30
31-32
33-36

PARTIE 1

Question 1 :

L'ensemble des réels x tels que $|x - 1| + |x + 2| = 1$ est

- A - $\{0\}$.
- B - $\emptyset$.
- C - $\{2\}$.
- D - $\{1\}$.

Question 2 :

L'ensemble des réels x tels que $|x - 1| + |x + 2| \geq 1$ est

- A - $] - \infty, 2] \cup [0, 1]$.
- B - $\emptyset$.
- C - $\mathbb{R}$.
- D - $] - \infty, -2[$.

On note i le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

Question 3 :

Une racine carrée du nombre $4 + 3i$ est

- A - $\frac{-3 - i}{\sqrt{2}}$.
- B - $\frac{-3 + i}{\sqrt{2}}$.
- C - $\frac{3 + i}{\sqrt{2}}$.
- D - $9 + i$.

Question 4 :

L'ensemble des solutions de l'équation $z^2 - \sqrt{\frac{3}{2}}(1+i)z - 1 = 0$ est

- A** - $\left\{ \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3}-i), -\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3}+i) \right\}$.
B - constitué de deux nombres, l'un positif, l'autre négatif.
C - constitué des deux nombres complexes conjugués.
D - $\left\{ \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3}+i), -\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}(\sqrt{3}+i) \right\}$.

Question 5 :

On considère l'ensemble $\mathcal{E}_t$ des solutions de l'équation $z^2 - t(1+i)z - 1 = 0$.

- A** - Pour tout t réel, l'ensemble $\mathcal{E}_t$ est constitué de deux nombres complexes distincts.
B - Il existe un nombre complexe t_0 tel que l'ensemble $\mathcal{E}_t$ est un singleton si et seulement si $t \in \{-t_0, t_0\}$.
C - Pour tout t réel, les solutions de $\mathcal{E}_t$ sont deux nombres complexes conjugués.
D - Lorsque $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $z \in \mathcal{E}_t$, alors $1 > |z|(|z| + 1)$.

PARTIE 2

Pour tout n entier naturel, on définit

$$I_n = \int_0^1 (1-t^3)^n dt$$

Question 6 :

I_1 est égal à

- A** - $-\frac{3}{4}$.
B - 1.
C - $\frac{1}{2}$.
D - -2.

Question 7 :

Soit n in $\mathbb{N}$. La quantité $\int_0^1 t^3 (1-t^3)^n dt$ est égale à

- A** - $I_{n+1} - I_n$.
B - $3I_n + I_{n+1}$.
C - $I_{n+1} - 2I_n$.
D - $I_n - I_{n+1}$.

Question 8 :

Soit $n \in \mathbb{N}$. À l'aide d'une intégration par parties, on montre que

A - $I_{n+1} = \frac{3(n+1)}{(3n+4)} I_n.$

B - $I_{n+1} = (1 - t^3) I_n.$

C - $I_{n+1} = \frac{3(n+1)}{3n+2} I_n.$

D - $I_{n+1} = 3I_n.$

Pour tout x réel, on pose $f_n(x) = \int_0^1 (1 - xt^3)^n dt.$

Question 9 :

Pour tout n entier naturel non nul, la fonction f_n est une fonction polynôme de degré

A - $3^n.$

B - $1.$

C - $3n.$

D - $n.$

Question 10 :

Pour tout n entier naturel non nul, le coefficient dominant de f_n est

A - $\frac{1}{3n+1}.$

B - $\frac{1}{3}.$

C - $-\frac{1}{3}.$

D - $\frac{(-1)^n}{3n+1}.$

Question 11 :

Pour tout n entier naturel non nul, on peut montrer que I_n vaut

A - $\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{3k+1}.$

B - $\sum_{k=1}^{n-1} \frac{(-1)^k}{3k+1}.$

C - $\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{3k+1} \binom{n}{k}.$

D - $\sum_{k=1}^{n-1} \binom{3n}{k} \frac{(-1)^{k+1}}{3k+1}.$

PARTIE 3

On note $S = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n)!}$ et $T = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$.

Question 12 :

La somme $S + T$ est égale à

- A - $\frac{e}{2}$.
- B - $\sqrt{e}$.
- C - e .
- D - e^e .

Question 13 :

La somme S est égale à

- A - $e + e^{-1}$.
- B - $\frac{e - e^{-1}}{2}$.
- C - e .
- D - $\frac{e}{2}$.

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ une suite de réels positifs.

Question 14 :

On suppose dans cette question que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

- A - $\sum u_n$ converge.
- B - $\sum (u_{n+1} - u_n)$ converge.
- C - $\sum \ln(1 + u_n)$ diverge.
- D - $u_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$.

Question 15 :

On suppose dans cette question que $\sum u_n$ converge.

- A - $\sum \frac{u_n + u_{n+1}}{2}$ converge.
- B - $\sum \frac{u_n + u_{n+1}}{2}$ diverge.
- C - $\sum \sqrt{u_n u_{n+1}}$ converge.
- D - $\sum \sqrt{u_n u_{n+1}}$ diverge.

Question 16 :

On suppose dans cette question que $\sum u_n^2$ converge.

A - $\sum \frac{u_n}{n+1}$ converge.

B - $\sum u_n$ converge.

C - $\sum u_n^3$ diverge.

D - $\sum u_n^3$ converge.

PARTIE 4

On pose $P(X) = X^5 - 3X^4 + 5X^3 - 7X^2 + 10X + 1$ et $F = \{(X^2 + 2) \times Q \mid Q \in \mathbb{R}[X]\}$. On note $\mathbb{R}_1[X]$ l'ensemble des polynômes à coefficients réels de degré inférieur ou égal à 1.

Question 17 :

Le reste de la division euclidienne de P par $(X^2 + 2)$ est

A - $4X + 3$.

B - $2X + 5$.

C - $4X - 3$.

D - $2X - 5$.

Question 18 :

A - $P \in F$.

B - $(X^2 + 2) \mid P$.

C - $\mathbb{R}[X] = \text{Vect}\{P\} \oplus F$.

D - $\mathbb{R}[X] = F \oplus \mathbb{R}_1[X]$.

Question 19 :

Le polynôme $R(X) = P(X) - (4X + 3)$

A - possède une racine d'ordre 3.

B - possède 4 racines distinctes.

C - est divisible par $4X + 3$.

D - est scindé sur $\mathbb{R}$.

On considère E et F deux espaces vectoriels de dimension finie non nulle et $\mathcal{L}(E, F)$ l'ensemble des applications linéaires de E dans F .

Question 20 :

On suppose dans cette question que $\dim E < \dim F$. Alors,

A - $\forall f \in \mathcal{L}(E, F)$, f est surjective.

B - $\forall f \in \mathcal{L}(E, F)$, f est injective.

C - il existe un isomorphisme de E dans F .

D - il existe une application linéaire injective de E dans F .

Question 21 :

- A** - $\forall f, g \in \mathcal{L}(E, F), \operatorname{rg}(f + g) \leq \operatorname{rg}(f) + \operatorname{rg}(g)$.
B - $\forall f \in \mathcal{L}(E, F), E = \operatorname{Ker} f \oplus \operatorname{Im} f$.
C - $\exists f, g \in \mathcal{L}(E, F), \operatorname{rg}(f + g) = \operatorname{rg}(f) + \operatorname{rg}(g)$.
D - $\forall f \in \mathcal{L}(E, F), \dim(\operatorname{Ker} f) \leq \operatorname{rg} f$.

On note i le nombre complexe défini par $i^2 = -1$ et on pose $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$. On pose $C = \begin{pmatrix} 1 \\ j \\ j^2 \end{pmatrix}$ et $A = CC^T$, où C^T désigne la transposée de C .

Question 22 :

La quantité $1 + j + j^2$ est égale à

- A** - 1.
B - $\bar{j}$.
C - 0.
D - $\bar{j^2}$.

Question 23 :

La matrice A vaut

- A** - $(1 + j + j^2)$.
B - $\begin{pmatrix} 1 & j & j^2 \\ j & j^2 & 0 \\ j^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
C - $\begin{pmatrix} 1 & j & j^2 \\ j & j^2 & 1 \\ j^2 & 1 & j \end{pmatrix}$.
D - $\begin{pmatrix} 1 & j & j^2 \\ j & j^2 & 1 \\ j^2 & 1 & -j \end{pmatrix}$.

Question 24 :

La matrice A^2 vaut

- A** - $((1 + j + j^2)^2)$.
B - $\begin{pmatrix} 1 + j + j^2 & 1 + j & j^2 \\ 1 + j & 1 + j^2 & 1 \\ j^2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
C - $(1 + j + j^2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
D - $\begin{pmatrix} 1 + j + j^2 & 1 + j + j^2 & -1 + j + j^2 \\ 1 + j & 1 + j + j^2 & 1 - j + j^2 \\ -1 + j + j^2 & 1 - j + j^2 & 1 + j - j^2 \end{pmatrix}$.

Question 25 :

Le rang de A^2 est égal à

- A** - 0.
- B** - 1.
- C** - 2.
- D** - 3.

On pose $e_1 = (1, -2, 5)$, $e_2 = (-1, 2, 1)$ et $e_3 = (2, 1, 0)$. On munit $\mathbb{R}^3$ de son produit scalaire canonique.

Question 26 :

La famille (e_1, e_2, e_3) est

- A** - une base orthonormée de $\mathbb{R}^3$.
- B** - une base de $\mathbb{R}^3$.
- C** - une famille de vecteurs orthogonaux de $\mathbb{R}^3$.
- D** - engendre un espace vectoriel de dimension 2.

Question 27 :

Soit $F = \text{Vect}\{e_1, e_2\}$.

- A** - Tout supplémentaire orthogonal de F est un espace vectoriel de dimension 2.
- B** - F possède plusieurs supplémentaires orthogonaux.
- C** - L'unique supplémentaire orthogonal de F est $\text{Vect}\{(0, 0, 1)\}$.
- D** - Tout supplémentaire orthogonal de F est un hyperplan de $\mathbb{R}^3$.

Question 28 :

La matrice dans la base canonique de la projection sur $\text{Vect}\{e_1, e_2\}$ parallèlement à e_3 est

- A** - $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix}$.
- B** - $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.
- C** - $-\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.
- D** - $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$.

PARTIE 5

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. Alice et Bob disposent chacun d'une pièce de monnaie équilibrée qui renvoie Pile avec probabilité $\frac{1}{2}$ et Face avec probabilité $\frac{1}{2}$. Ils effectuent, chacun de leur côté, une série de n lancers indépendants de cette pièce. On note X le nombre de Piles obtenus par Alice et Y le nombre de Piles obtenus par Bob. Les variables aléatoires X et Y sont supposées définies sur un même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$.

Question 29 :

La loi de la variable aléatoire X est

- A** - une loi de Bernouilli de paramètre $\frac{1}{2}$.
- B** - une loi uniforme sur $\{0, 1, \dots, n\}$.
- C** - une loi binomiale de paramètres n et $\frac{1}{2}$.
- D** - de même loi que la variable aléatoire Y .

Question 30 :

La probabilité qu'Alice et Bob aient obtenu le même nombre de Piles est égal à

- A** - $\sum_{k=0}^n (\mathbf{P}(X = k) + \mathbf{P}(Y = k))$.
- B** - $\sum_{k=0}^n \mathbf{P}(X = k | Y = k)$.
- C** - $\frac{1}{2}$.
- D** - 1.

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On considère n urnes numérotées de 1 à n telles que l'urne numéro k contient k boules rouges et $n - k$ boules noires. On choisit, selon une loi uniforme, un entier i_0 entre 1 et n puis on tire successivement et **sans remise** des boules dans l'urne i_0 .

Question 31 :

La probabilité que la première boule tirée soit rouge est égale à

- A** - $\frac{n+1}{2n}$.
- B** - $\frac{1}{2}$.
- C** - $\frac{n-1}{n}$.
- D** - $\frac{1}{n}$.

Question 32 :

Sachant que la première boule tirée est rouge, la probabilité que la seconde boule tirée soit rouge est égale à

- A** - $\frac{n+1}{3n}$.
- B** - $\frac{2}{3}$.
- C** - $\frac{1}{2}$.
- D** - $\frac{1}{2n}$.

PARTIE 6

On considère la fonction f définie pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ par

$$f(x, y) = x^2 - xy + 3.$$

Question 33 :

Le gradient $\nabla f(1, 0)$ au point de coordonnées $(1, 0)$ vaut

A - $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

B - 3.

C - $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

D - $\begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Question 34 :

Le plan tangent en $(3, 2)$ à la surface d'équation $z = f(x, y)$ a pour équation

A - $z = -4x + 3y - 6$.

B - $z = -4x + 3y$.

C - $z = 4x - 3y + 6$.

D - $z = 4x - 3y$.

Question 35 :

La fonction f possède

A - 0 point critique.

B - 1 point critique.

C - 2 points critiques.

D - 3 points critiques.

Question 36 :

La fonction f

A - ne possède pas d'extremum local.

B - possède un maximum local.

C - possède un minimum local.

D - est bornée.