Épreuve 2021
Physique
(concours ENAC EPL/S)

Solutions proposées par : Henri Lastakowski*

Préambule

Ce document propose le corrigé de l'épreuve de Physique du concours EPL/S 2021. La correction est proposée dans le détail et chacun pourra, je l'espère, y trouver ce qu'il cherche pour optimiser sa préparation.

Précisons que le contenu de ce fichier est le résultat du travail d'Henri uniquement. Ainsi, il est important de noter que ce document n'engage en rien l'ENAC.

Afin d'améliorer cet outil, je serai très reconnaissant de bénéficier de vos remarques et suggestions. Vous pouvez me les transmettre à l'adresse suivante :

contact@annales-epl.fr

*Agrégé de Sciences Physique, ayant participé à la rédaction d'annales corrigées des concours filières PC et PSI, depuis 2015.

Corrigé 2021

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BC(D)	C	AD	B	A	D	B	A	A	A	C	C

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
B	C	B	B	A	B/C ?	A	B	D	C(B)	D	AD

25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	C	A	AB	AD	CD	BD	A	A	D	D	A(B?)

Oscillations de quelques systèmes simples

Question 1 : BC (et D)

Par définition, une pulsation est analogue à une vitesse angulaire et s'exprime donc en rad.s^{-1} : la réponse A est fausse, la B est vraie. Par ailleurs, un angle étant une grandeur sans dimension (on dit aussi de dimension unité), la dimension de ω est celle de l'inverse d'une durée. La réponse C est correcte. Toutefois, étant donné la remarque précédente, la dimension d'un angle sur celle d'une durée est la même que l'inverse d'une durée, donc la réponse D est également vraie. Il aurait été plus judicieux de poser l'équation aux dimensions pour éviter les ambiguïtés de langage : les angles sont des grandeurs adimensionnées, on a ainsi

$$[\text{pulsation}] = \frac{[\text{angle}]}{[\text{durée}]} = T^{-1}$$

Question 2 : C

Une accélération se mesure en m.s^{-2}. Une pulsation au carré, a donc la même dimension qu'une accélération que divise une longueur, soit

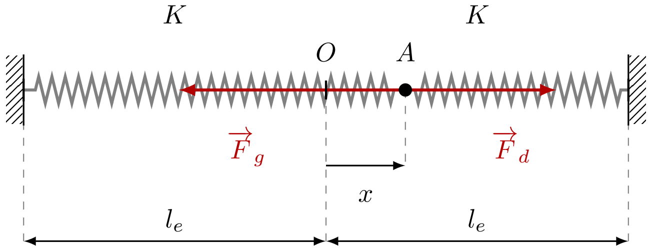
$$[\text{pulsation}^2] = \frac{[\text{accélération}]}{[\text{longueur}]}$$

En utilisant le seconde loi de Newton, une accélération est homogène à une force divisée par une masse, donc

$$[\text{pulsation}^2] = \frac{[\text{force}]}{[\text{masse}] \times [\text{longueur}]}$$

Ce qui correspond à la réponse C.

Question 3 : AD



Le point matériel A est soumis à deux forces élastiques :

Celle du ressort de gauche d'expression $\overrightarrow{F_g} = -K(\ell_g - l_0)\overrightarrow{e_x}$

Celle du ressort de droite d'expression $\overrightarrow{F_d} = K(\ell_d - l_0)\overrightarrow{e_x}$

Avec ℓ_g et ℓ_d respectivement les longueurs des ressorts de gauche et de droite. Or d'après le schéma

$$\ell_g = l_e + x \quad \text{et} \quad \ell_d = l_e - x$$

La somme des deux forces élastiques est donc

$$\overrightarrow{F_e} = [-K(l_e + x - l_0) + K(l_e - x - l_0)]\,\overrightarrow{e_x} = -2Kx\overrightarrow{e_x}$$

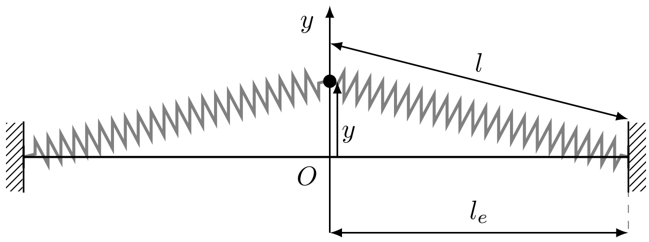
Par conséquent, le système est équivalent à un système masse-ressort de masse m et de raideur totale $2K$. La pulsation propre associée est donc

$$\omega_{0,l} = \left(\frac{2K}{m}\right)^{1/2}$$

Par ailleurs, comme les frottements sont négligés, le mouvement est périodique de période

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_{0,l}} = 2\pi\left(\frac{m}{2K}\right)^{1/2}$$

Question 4 : B



Considérons à nouveau le point matériel A étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. La longueur de chaque ressort se déduit du théorème de Pythagore :

$$\ell = \sqrt{l_e^2 + y^2}$$

L'énergie potentielle associée à la somme des deux forces élastiques est donc

$$\mathcal{E}_{p,e} = 2 \times \frac{1}{2}K(\ell - l_0)^2$$

$$= K\left(\sqrt{l_e^2 + y^2} - l_0\right)^2$$

$$\mathcal{E}_{p,e} = K\left(l_e\sqrt{1 + \frac{y^2}{l_e^2}} - l_0\right)^2$$

Comme $y^2/l_e^2 \ll 1$, effectuons un développement limité

$$\mathcal{E}_{p,e} \simeq K\left[l_e\left(1 + \frac{y^2}{2l_e^2}\right) - l_0\right]^2$$

$$\simeq K\left(l_e + \frac{y^2}{2l_e} - l_0\right)^2$$

$$\simeq K\left(l_e - l_0 + \frac{y^2}{2l_e}\right)^2$$

$$\mathcal{E}_{p,e} \simeq K(l_e - l_0)^2\left(1 + \frac{y^2}{2l_e(l_e - l_0)}\right)^2$$

Puisque $y^2/l_e(l_e - l_0) \ll 1$, effectuons à nouveau un développement limité

$$\mathcal{E}_{p,e} \simeq K(l_e - l_0)^2 \left(1 + 2 \times \frac{y^2}{2l_e(l_e - l_0)}\right)$$

$$\mathcal{E}_{p,e} \simeq K(l_e - l_0)^2 + \frac{K(l_e - l_0)}{l_e} y^2$$

La force totale élastique associée à cette énergie potentielle est alors

$$\overrightarrow{F_e} = -\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{p,e}}{\mathrm{d}y}\overrightarrow{e_y} = -2\frac{K(l_e - l_0)}{l_e} y\overrightarrow{e_y}$$

On identifie alors cette force à celle d'un ressort de raideur équivalent $K' = 2K(l_e - l_0)/l_e$. On en déduit la pulsation propre des oscillations

$$\begin{aligned}
\omega_{0,t} &= \left(\frac{K'}{m}\right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{2K(l_e - l_0)}{ml_e}\right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{l_e - l_0}{l_e}\right)^{1/2} \left(\frac{2K}{m}\right)^{1/2} \\
\omega_{0,t} &= \left(\frac{l_e - l_0}{l_e}\right)^{1/2} \omega_{0,l}
\end{aligned}$$

Par conséquent

$$\frac{\omega_{0,t}}{\omega_{0,l}} = \left(\frac{l_e - l_0}{l_e}\right)^{1/2} = \left(1 - \frac{l_0}{l_e}\right)^{1/2}$$

Question 5 : A

La situation est identique à celle de la question 3 en ajoutant une force constante (le poids de A) dans la direction des oscillations. Or un terme constant ne modifie pas la nature du mouvement, mais uniquement la position d'équilibre. Ainsi

$$\omega'_{0,l} = \omega_{0,l}$$

Question 6 : D

Le point matériel A est soumis à 3 forces :

Son poids $\overrightarrow{P} = -mg\overrightarrow{e_z}$

La force du ressort du haut $\overrightarrow{F_h} = K(l_{e,h} - l_0)\overrightarrow{e_z}$

La force du ressort du bas $\overrightarrow{F_b} = -K(l_{e,b} - l_0)\overrightarrow{e_z}$

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la condition d'équilibre est alors

$$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{F_h} + \overrightarrow{F_b} = \overrightarrow{0}$$

Soit

$$-mg + K(l_{e,h} - l_0) - K(l_{e,b} - l_0) = 0$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow -mg + K\left[(l_{e,h} - l_0) - (l_{e,b} - l_0)\right] = 0 \\ \Rightarrow K\left[(l_{e,h} - l_0) - (l_{e,b} - l_0)\right] = mg \\ \Rightarrow K(l_{e,h} - l_{e,b}) = mg \\ \Rightarrow l_{e,h} - l_{e,b} = \frac{mg}{K}\end{aligned}$$

De plus, $l_{e,h} + l_{e,b} = 2l_0$. Par conséquent, en sommant ces deux dernières équations, on obtient

$$2l_{e,h} = 2l_0 + \frac{mg}{K}$$

Soit

$$l_{e,h} = l_0 + \frac{mg}{2K} = 0,1 + \frac{10^-2 \times 10}{2 \times 10} = 0,1 + 0,005 = 0,105 \text{ m} = 10,5 \text{ cm}$$

Et enfin

$$l_{e,b} = 2l_0 - l_{e,h} = 20 - 10,5 = 9,5 \text{ cm}$$

Élargissement d'un faisceau de lumière parallèle

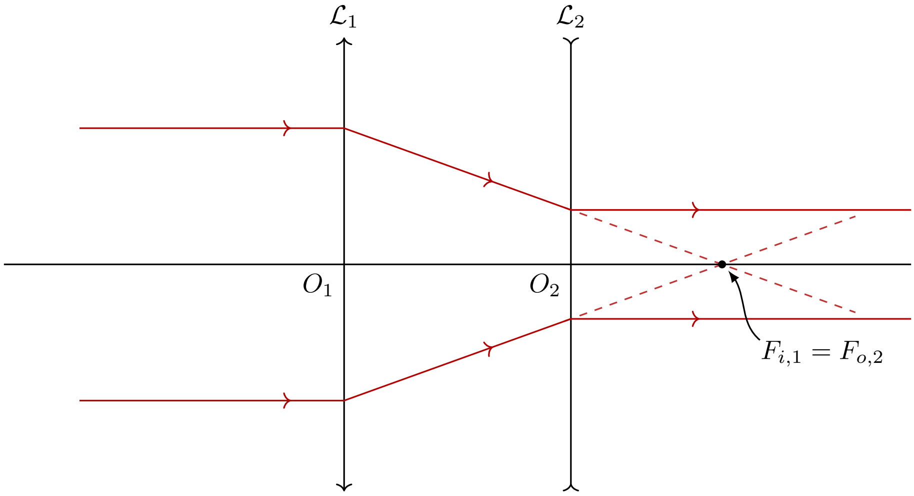
Commençons par remarquer qu'étant donné le signe des distances focales, $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_3$ sont des lentilles convergentes alors que $\mathcal{L}_2$ est une lentille divergente.

Question 7 : B

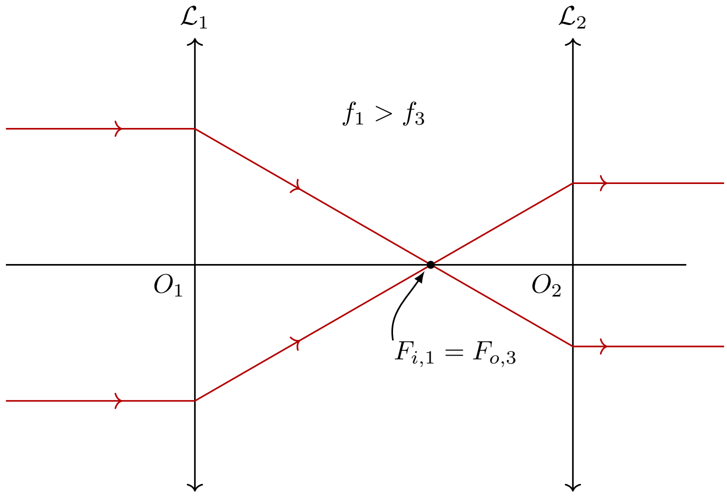
Un faisceau incident parallèle, correspondant à un objet à l'infini, donne en sortie un autre faisceau parallèle, donc une image à l'infini, ce qui correspond à la définition d'un système afocal.

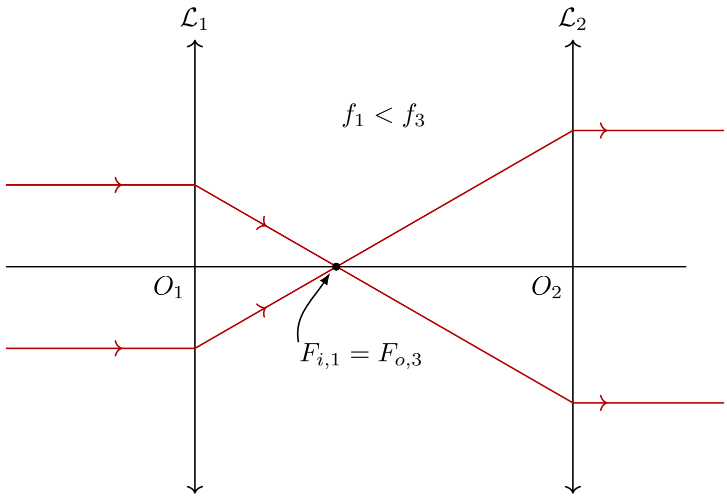
Question 8 : A

Il est possible d'avoir un faisceau parallèle en sortie de $\mathcal{L}_1$ suivie de $\mathcal{L}_2$ mais dans ce cas le faisceau serait pas élargi mais rétréci comme indiqué sur le schéma ci-dessous. La réponse A est donc vraie.

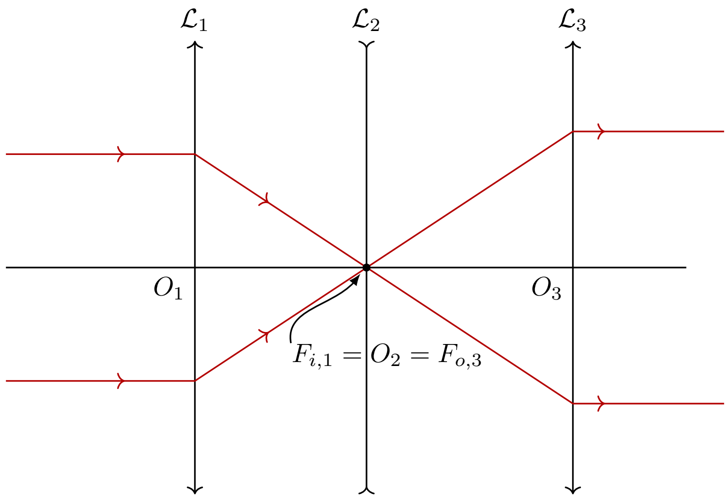


Avec deux lentilles convergentes $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_3$, le faisceau peut être soit élargi soit rétréci, cela dépend de f_1 et f_3 comme schématisé ci-dessous. La réponse B est fausse

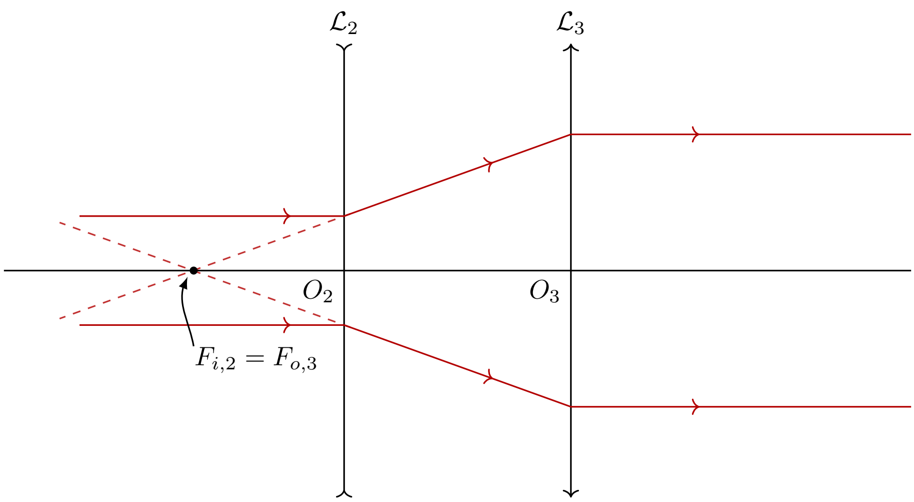




Dans la situation $F_{i,1} = O_2 = F_{o,3}$, tel que schématisé ci-dessous, un faisceau parallèle converge d'abord vers $F_{i,1}$, puis n'est pas dévié par $\mathcal{L}_2$ et enfin ressort parallèle par $\mathcal{L}_3$. La réponse C est fausse.



Enfin, la réponse D est fausse. Il suffit de faire coïncider $F_{i,2}$ et $F_{o,3}$ Comme schématisé ci-dessous.



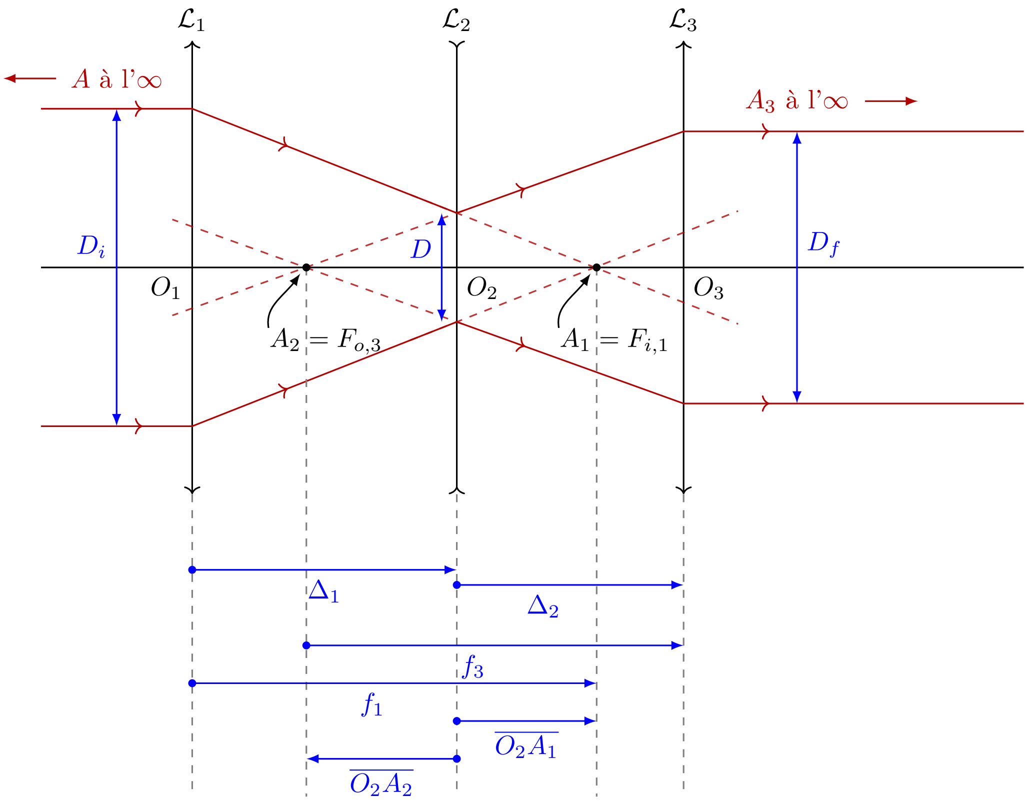
Question 9 : A

Partons d'un objet A à l'infini le long de l'axe optique.

- Notons A_1 l'image de A par $\mathcal{L}_1$. Ainsi $\overline{O_1A_1} = f_1$

- Notons A_2 l'image de A_1 par $\mathcal{L}_2$. Le lien entre A_1 et A_2 sera explicité plus tard.
- Enfin, A_3 l'image de A_2 par $\mathcal{L}_3$, est à l'infini. Ainsi $\overline{O_3A_2} = -f_3$.

Schématisons alors la situation :



On remarque alors que $\overline{O_2A_1} = -\Delta_1 + f_1$ et $\overline{O_2A_2} = \Delta_2 - f_3$. D'après la relation de conjugaison de Descartes pour $\mathcal{L}_2$, on a

$$\frac{1}{\overline{\overline{O_2A_2}}} - \frac{1}{\overline{\overline{O_2A_1}}} = \frac{1}{f_2}$$

Soit

$$\frac{1}{\Delta_2 - f_3} - \frac{1}{-\Delta_1 + f_1} = \frac{1}{f_2}z$$

$$\frac{1}{\Delta_2 - f_3'} + \frac{1}{\Delta_1 - f_1} = \frac{1}{f_2}z$$

$$0 = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{\Delta_1 - f_1} - \frac{1}{\Delta_2 - f_3}$$

Question 10 : A

Reprenons le schéma de la question précédente en notant D le diamètre du faisceau au niveau de $\mathcal{L}_1$. Appliquons alors deux fois le théorème de Thalès :

$$\frac{D}{D_i} = \frac{O_2A_1}{O_1A_1} \quad \text{et} \quad \frac{D_f}{D} = \frac{A_2O_3}{A_2O_2}$$

En multipliant ces deux expressions, on trouve

$$\frac{Df}{D_i} = \frac{O_2A_1}{O_1A_1} \times \frac{A_2O_3}{A_2O_2}$$

En remplaçant les expressions des différentes longueurs par celles trouvées à la question précédente (en oubliant la partie algébrique), on obtient

$$\frac{Df}{D_i} = \frac{f_1 - \Delta_1}{f_1} \times \frac{f_3}{f_3 - \Delta_2} = \frac{f_3(f_1 - \Delta_1)}{f_1(f_3 - \Delta_2)}$$

Question 11 : C

Multiplions le résultat de la question 9 par $f_1 - \Delta_1$, il vient alors

$$\frac{f_1 - \Delta_1}{f_2} + 1 - \frac{f_1 - \Delta_1}{\Delta_2 - f_3} = 0$$

Or d'après la question précédente

$$\frac{f_1 - \Delta_1}{f_3 - \Delta_2} = \frac{f_1}{f_3}\frac{D_f}{D_i} = \frac{f_1}{f_3} r_D$$

Par conséquent

$$\frac{f_1 - \Delta_1}{f_2} + 1 + \frac{f_1}{f_3} r_D = 0$$

$$\Rightarrow \frac{f_1 f_3 - \Delta_1 f_3 + f_2 f_3 + f_2 f_1 r_D}{f_2 f_3} = 0$$

$$\Rightarrow f_1 f_3 - \Delta_1 f_3 + f_2 f_3 + f_2 f_1 r_D = 0$$

$$\Rightarrow f_1(f_3 + r_D f_2) = \Delta_1 f_3 - f_2 f_3$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{\Delta_1 f_3 - f_2 f_3}{f_3 + r_D f_2}$$

$$\Rightarrow f_1 = f_3 \frac{\Delta_1 - f_2}{r_D f_2 + f_3}$$

Question 12 : C

Effectuons l'application numérique

$$f_1 = 20 \times \frac{1,2 + 1}{10 \times (-1) + 20} = 20 \times \frac{2,2}{10} = 4,4 \text{ cm}$$

Freinage par induction électromagnétique

Question 13 : B

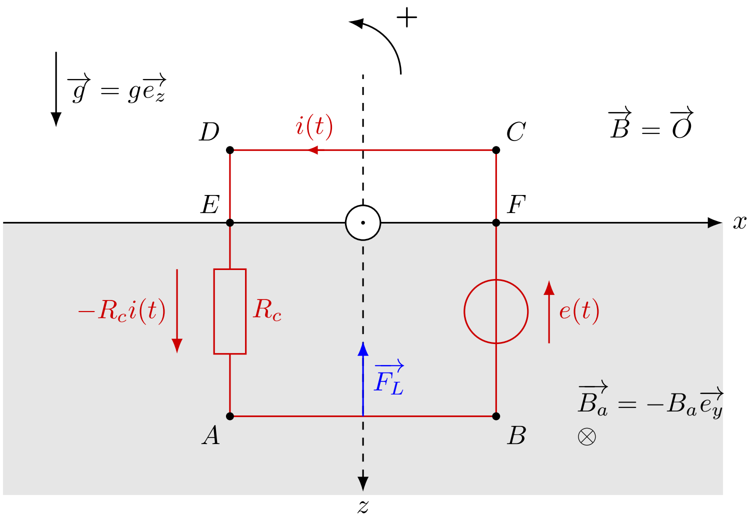
Nous avons trois phases du mouvement.
Dans la première phase, $t < 0$, le cadre est dans une zone sans champ magnétique, le flux magnétique à travers le cadre est donc nul, donc la force électromotrice l'est aussi.
Dans la seconde phase, $0 < t < t_1$, le cadre est partiellement immergé. L'aire immergée est az_A. D'après la règle de la main droite, le vecteur normal au cadre est orienté selon $+\overrightarrow{e_y}$ (soit à l'opposé du champ magnétique), le flux magnétique est donc $\Phi = -az_A B_a$. Donc d'après la loi de Faraday

$$e(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = aB_a\dot{z}_A$$

Enfin, dans la dernière phase, $t > t_1$, le cadre est complètement immergé. L'aire immergée est constante égale à a^2, le flux magnétique est donc $\Phi = -a^2 B_a$. Ce flux est constant, il en résulte une force électromotrice nulle.
Ces trois phases correspondent donc à la réponse B.

Question 14 : C

Représentons le circuit électrique en prenant soin d'orienter la force électromotrice dans le même sens que l'orientation du circuit (sens trigonométrique ici). Rajoutons les points E et F représentant les limites immergées du cadre dans le champ magnétique.



D'après la loi des mailles

$$e(t) - R_c i(t) = 0 \quad \text{soit} \quad i(t) = \frac{e(t)}{R_c}$$

Le champ magnétique est uniforme de E à F, donc la force de Laplace s'exerçant sur le cadre est

$$\overrightarrow{F_L} = i(t)\overrightarrow{EF} \wedge \overrightarrow{B_a} = \frac{e(t)}{R_c}\overrightarrow{EF} \wedge \overrightarrow{B_a}$$

Or

$$\overrightarrow{EF} = a\overrightarrow{e_x} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{B_a} = -B_a\overrightarrow{e_y}$$

Donc

$$\overrightarrow{F_L} = -\frac{aB_a e(t)}{R_c}\overrightarrow{e_z}$$

En remplaçant l'expression de $e(t)$ trouvée précédemment, on obtient

$$\overrightarrow{F_L} = -\frac{a^2 B_a^2 \dot{z}_A}{R_c}\overrightarrow{e_z} \text{ si } 0 < t < t_1 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{F_L} = \overrightarrow{0} \text{ sinon}$$

Question 15 : B

Le cadre est soumis uniquement à la force de Laplace et à son poids. Appliquons la seconde loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen, entre les instants 0 et t_1

$$m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{F_L} + mg\overrightarrow{e_z}$$

Projetons sur l'axe (Oz), il vient

$$m\ddot{z}_A = -\frac{a^2B_a^2}{R_c}\dot{z}_A + mg$$

Soit

$$\ddot{z}_A + \frac{a^2B_a^2}{mR_c}\dot{z}_A = g$$

Que l'on peut identifier à la réponse B en posant

$$\tau = \frac{mR_c}{a^2B_a^2}$$

Question 16 : B

Effectuons l'application numérique

$$\tau = \frac{0,1\times 10}{0,05^2\times 1^2} = 400 \text{ s}$$

Question 17 : A

L'équation différentielle de la question 15 est d'ordre 1 pour la variable $\dot{z}_A$. On trouve une solution particulière constante

$$\dot{z}_{A,p} = g\tau$$

La solution générale de l'équation homogène est

$$\dot{z}_{A,h}(t) = \alpha\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \text{avec} \quad \alpha \text{ une constante}$$

La solution générale de l'équation différentielle est donc

$$\dot{z}_A(t) = \dot{z}_{A,h}(t) + \dot{z}_{A,p} = \alpha\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g\tau$$

Pour trouver α, utilisons la condition initiale

$$\dot{z}_A(0) = \alpha + g\tau = v_0 \quad \text{donc} \quad \alpha = v_0 - g\tau$$

Par conséquent

$$\dot{z}_A(t) = (v_0 - g\tau)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + g\tau$$

Question 18 : B ou C ?

Cette question est ambigüe, il y a plusieurs façon de raisonner, toutes correctes à quelques subtilités près. Ici, il n'y a aucune partie de circuit mobile dans le champ magnétique (la seule pièce mobile est l'interrupteur, qui est hors champ selon le schéma). Donc il n'y a pas d'effet d'induction : $e(t) = 0$, soit la réponse B qui correspond à ce qui se produit réellement.
Toutefois, une façon de raisonner qui suit le programme de première année est la suivante : puisque l'aire du circuit diminue brusquement, le flux augmente (en valeur absolue), et comme on a vu en question 13 qu'il est négatif, Φ diminue, ce qui implique d'après la loi de Faraday que $e(t) > 0$ (uniquement au moment du basculement de l'interrupteur). Ce raisonnement est dangereux car au

moment du basculement de l'interrupteur, ce n'est plus le même circuit : les branches où le courant peut circuler ne sont plus les mêmes, on dépasse la limite du programme de première année.
Enfin, si on note $t = 0$ la date de basculement de l'interrupteur, on peut aussi dire que pour $t < 0$, le flux est constant car le circuit est immobile. Pour $t > 0$, c'est la même chose. Dans tous les cas, le flux est constant, donc $e(t) = 0$ (sauf une éventuelle singularité à $t = 0$).

Modèle thermodynamique de la troposphère terrestre

Question 19 : A

D'après l'équation des gaz parfaits :

$$p = \frac{nRT}{V}$$

Or la quantité de matière est telle que $n = m/M_a$. Ainsi

$$p = \frac{mRT}{VM_a} = \frac{m}{V}\frac{RT}{M_a} = \frac{\rho RT}{M_a}$$

Question 20 : B

Les transformations thermodynamiques de la troposphère sont supposées isentropiques, elles suivent donc la loi de Laplace :

$$pV^\gamma = \mathrm{Cte}$$

Avec $V = nRT/p$, pour une quantité n donnée, on a

$$p\left(\frac{T}{p}\right)^\gamma = \mathrm{Cte}$$

Soit

$$p^{1-\gamma}T^\gamma = \mathrm{Cte}$$

Question 21 : D

En appliquant le logarithme à la relation précédente, on trouve

$$(1-\gamma)\ln p + \gamma \ln T = \ln \mathrm{Cte}$$

Dérivons par rapport à z, il vient

$$(1-\gamma)\frac{1}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} + \gamma\frac{1}{T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = 0$$

Ainsi

$$\gamma\frac{1}{T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = (\gamma-1)\frac{1}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}$$

Soit

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{T}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}$$

Or, d'après la question 19, $T/p = M_a/\rho R$. Ainsi

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{M_a}{\rho R}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}$$

Question 22 : C (et B)

En remplaçant $\mathrm{d}p/\mathrm{d}z$ par $-\rho g$ dans l'équation précédente, on trouve

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{gM_a}{R}$$

En intégrant, et compte tenu du fait que $T(z=0) = T_0$,

$$
\begin{aligned}
T(z) &= T_0 - \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{gM_a}{R}z \\
&= T_0\left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{gM_a}{RT_0}z\right) \\
T(z) &= T_0\left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad \text{avec } H = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{RT_0}{gM_a}
\end{aligned}
$$

Ce qui correspond à la réponse C. Remarquons que la réponse B est mathématiquement correcte car deux signes sont changés par rapport à la réponse C. Toutefois, nous privilégions en général la réponse C car elle fait apparaître une distance H positive, correspondant à l'épaisseur typique de la troposphère.

Question 23 : D

D'après la question 19

$$\rho = \frac{M_a p}{RT}$$

Or d'après la question 20

$$p^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{Cte} \quad \text{soit} \quad p = \text{Cte} \times T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Ainsi

$$
\begin{aligned}
\rho(z) &= \text{Cte} \times \frac{M_a}{R}T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}-1} \\
&= \text{Cte} \times \frac{M_a}{R}T^{\frac{1}{\gamma-1}} \\
&= \text{Cte} \times \frac{M_a}{R}T_0^{\frac{1}{\gamma-1}}\left(1 - \frac{z}{H}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\
\rho(z) &= \rho_0\left(1 - \frac{z}{H}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}
\end{aligned}
$$

Ce qui correspond à la réponse D.

Question 24 : AD

D'après la question 22

$$H = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{RT_0}{gM_a} = \frac{1,4}{0,4} \times \frac{8 \times 290}{10 \times 29.10^{-3}} \simeq 3.10^4 \text{ m} = 30 \text{ km}$$

Soit la réponse D. Par ailleurs, d'après la question 22

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = -\frac{T_0}{H} = -\frac{290}{3.10^4} \simeq 10^{-2} \text{ K.m}^{-1} = 10 \text{ K.km}^{-1}$$

Soit la réponse A. Remarquons qu'on retrouve des ordres de grandeur bien connus : l'épaisseur typique de la troposphère est de l'ordre de la dizaine de kilomètres, et la température décroit d'une dizaine de °C quand on s'élève d'un kilomètre.

Quelques aspects des forces centrales

Remarquons que l'énoncé adopte la notation "$\times$" pour désigner le produit vectoriel. Nous choisissons d'utiliser dans ce corrigé la notation française "$\wedge$".

Question 25 : B

L'énergie potentielle est reliée à la force par la relation

$$\mathcal{E}_p(r) = -\int \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$$

Avec $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ le déplacement élémentaire. Par conséquent

$$\mathcal{E}_p(r) = \int \frac{K}{r^2}\mathrm{d}r$$

$$\mathcal{E}_p(r) = -\frac{K}{r} + \mathcal{E}_0$$

Or l'énergie potentielle est nulle quand $r \to \infty$, donc $\mathcal{E}_0 = 0$ et alors

$$\mathcal{E}_p(r) = -\frac{K}{r}$$

Question 26 : C

Dans $\mathcal{R}$, le corpuscule A n'est soumis qu'à la force centrale de centre C, donc de moment nul par rapport à C. Le théorème du moment cinétique appliqué à A, par rapport au point C, donne donc

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{0}$$

Par conséquent, le vecteur moment cinétique $\overrightarrow{L}$ est constant.

Question 27 : A

Puisque $\overrightarrow{L} = m\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{v}$ et que $\overrightarrow{L}$ est constant, à tout instant $\overrightarrow{CA}$ est perpendiculaire au vecteur constant $\overrightarrow{L}$. Le mouvement est donc contenu dans un plan passant par A et perpendiculaire à $\overrightarrow{L}$. Plaçons nous désormais dans ce plan, en coordonnées polaires $(r,\, \theta)$. Les vecteurs vitesse et position sont tels que

$$\overrightarrow{CA} = r\overrightarrow{e_r} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{v} = \dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$$

Par conséquent, le moment cinétique est

$$\overrightarrow{L} = m\overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{v} = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z} \quad \text{de norme} \quad L = mr^2\dot{\theta}$$

Par ailleurs, l'énergie cinétique de A est

$$\mathcal{E}_k = \frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right)$$

En remarquant que

$$\dot{\theta} = \frac{L}{mr^2}$$

Il vient

$$\mathcal{E}_k = \frac{m}{2}\left[\dot{r}^2 + r^2\left(\frac{L}{mr^2}\right)^2\right] = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2}$$

Par conséquent, l'énergie mécanique est

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{K}{r}$$

Question 28 : AB

On a vu à la question précédente que $\overrightarrow{L} = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z}$. Par conséquent

$$\overrightarrow{L} \cdot mK\overrightarrow{e_r} = 0$$

Par ailleurs, d'après la définition du produit vectoriel, $\overrightarrow{p} \wedge \overrightarrow{L}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{L}$. Par conséquent

$$\overrightarrow{\Lambda} \cdot \overrightarrow{L} = 0$$

La réponse B est donc vraie, la C est fausse. Dérivons maintenant le vecteur $\overrightarrow{\Lambda}$

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\Lambda}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} \wedge \overrightarrow{L} + \overrightarrow{p} \wedge \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L}}{\mathrm{d}t} - mK\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{e_r}}{dt}$$

Or on a vu en question 19 que d'après le théorème du moment cinétique

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{0}$$

Par ailleurs, d'après la seconde loi de Newton

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{F} = -\frac{K}{r^2}\overrightarrow{e_r}$$

Ensuite, en coordonnées cylindriques

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{e_r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$$

Il vient alors

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\Lambda}}{\mathrm{d}t} &= -\frac{K}{r^2}\overrightarrow{e_r} \wedge \left(mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z}\right) + \overrightarrow{p} \wedge \overrightarrow{0} - mK\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} \\
&= mK\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} - mK\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} \\
\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\Lambda}}{\mathrm{d}t} &= \overrightarrow{0}
\end{aligned}$$

La réponse A est correcte, la D ne l'est pas.

Question 29 : AD

Si la trajectoire est circulaire, $r = R_A = Cte$, et comme le moment cinétique de norme $mr^2\dot{\theta}$ est constant, alors $\dot{\theta}$ est également constante. Le mouvement est donc circulaire et uniforme.
L'accélération de A dans le référentiel $\mathcal{R}$ est donc

$$\overrightarrow{a} = -\frac{v_A^2}{R_A}\overrightarrow{e_r}$$

Le deuxième loi de Newton s'écrit donc

$$-m\frac{v_A^2}{R_A}\overrightarrow{e_r} = \overrightarrow{F} = -\frac{K}{R_A^2}\overrightarrow{e_r}$$

Ainsi

$$mv_A^2 = \frac{K}{R_A} = -\mathcal{E}_p$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_k = \frac{1}{2}mv_A^2 = -\frac{\mathcal{E}_p}{2}$$

La réponse C est fausse, la D est juste. Par ailleurs, $mv_A^2 = K/R_A$ conduit à

$$v_A = \left(\frac{K}{mR_A}\right)^{1/2}$$

Ce qui correspond à la réponse A, et élimine la B.

Question 30 : CD

Pour répondre à cette question, il est nécessaire d'effectuer des hypothèses, sans quoi les trois premières affirmations peuvent être correctes ou non. Nous faisons dans ce corrigé deux hypothèses qui apparaissent souvent pour ce genre de problème

- Le mouvement reste quasiment circulaire (l'énoncé parle d'ailleurs toujours de révolution du satellite), ce qui implique que les résultats de la question 29 restent corrects.
- Les mouvements atmosphériques sont négligés, ce qui implique que la force de frottement est résistante (dit de façon simplifiée, cela signifie que le satellite n'a pas le vent dans le dos qui pourrait le pousser).

D'après la question 29, $\mathcal{E}_k = -\mathcal{E}_p/2$, donc $\mathcal{E}_p = -2\mathcal{E}_k$. L'énergie mécanique est donc

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = -\mathcal{E}_k$$

Les frottements sont résistants, ce qui a pour effet de diminuer l'énergie mécanique et donc ici d'augmenter l'énergie cinétique. La norme de la vitesse augmente donc : la réponse A est fausse.
En outre, $v = (K/mr)^{1/2}$, donc puisque v augmente, r diminue. Or la norme de l'accélération est

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Le numérateur augmente alors que le dénominateur diminue, ce qui indique que la norme de l'accélération augmente. La réponse C est correcte.
Par ailleurs, une force de frottement fluide est composée d'une force de traînée, opposée à la vitesse, mais souvent aussi d'une force de portance, perpendiculaire à cette dernière. La réponse B est donc fausse dans le cas général (mais peut être vraie dans certains cas, notamment dans de nombreux exercices de première année).
Enfin, la force de frottement n'est pas colinéaire au vecteur position $\overrightarrow{CA}$, donc en appliquant le théorème du moment cinétique de la même façon qu'en question 25, on trouve que le vecteur moment cinétique n'est plus constant. La réponse D est donc toujours correcte.

Diffraction de neutrons

Question 31 : BD

L'unité SI de h est le Joule seconde (J.s). La réponse B est correcte, la A et C ne le sont pas. On a alors

$$[h] = [\text{énergie}] \times [\text{temps}]$$

Or, en utilisant la définition de l'énergie cinétique

$$[\text{énergie}] = [\text{masse}] \times [\text{vitesse}]^2$$

Une unité SI pour l'énergie est donc également le kg.m^2.s^{-2}, et en multipliant par un temps, une unité attribuable à h est également le kg.m^2.s^{-1} : la réponse D est correcte.

Question 32 : A

D'après la relation de De Broglie

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{m_n v_n} = \frac{6,6.10^{-34}}{1,7.10^{-27} \times 2.10^2} = \frac{6,6}{1,7 \times 2} \times 10^{-9} \simeq 2.10^{-9}\ \text{m} = 2\ \text{nm}$$

Question 33 : A

D'après le cours, une onde de nature quelconque de longueur d'onde λ_{DB} traversant une ouverture de largeur ε subit de la diffraction caractérisée par l'angle θ tel que

$$\sin\theta = \frac{\lambda_{DB}}{\varepsilon}$$

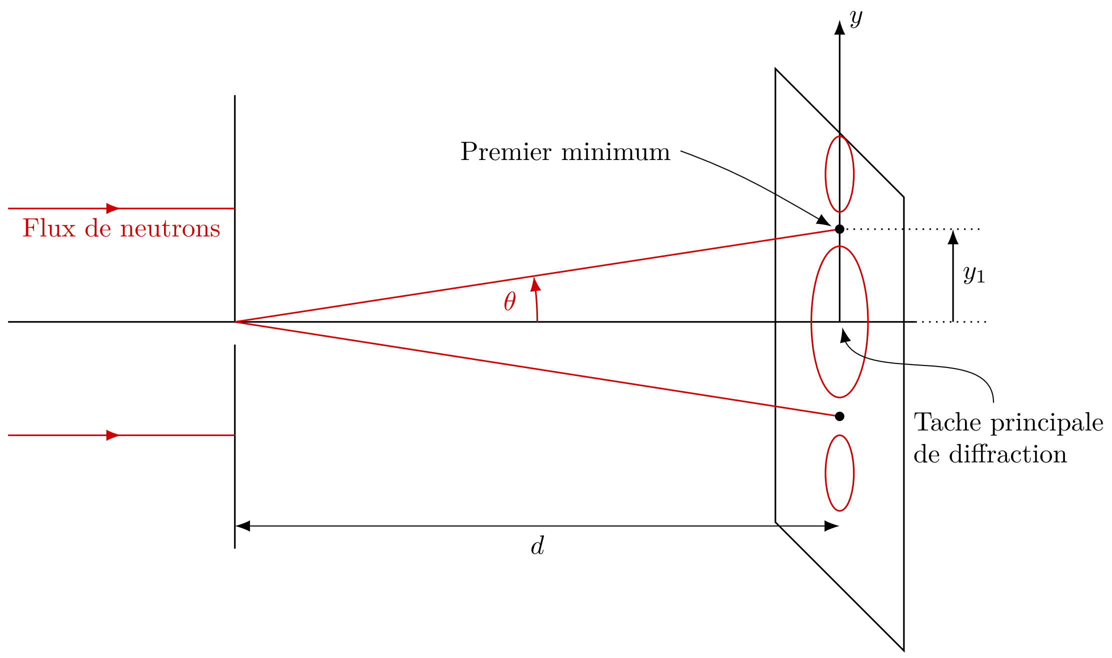
Question 34 : D

Rappelons qu'un radian correspond à $180/\pi$ degré et que un degré correspond à 3600 secondes d'arc. D'après la question précédente, en utilisant l'approximation des petits angles

$$\theta \simeq \sin\theta \simeq \frac{\lambda_{DB}}{\varepsilon} \simeq \frac{2.10^{-9}}{90.10^{-6}} \simeq 2.10^{-5}\ \text{rad} \simeq 1.10^{-3}\ {}^\circ \simeq 4''$$

Question 35 : D

Représentons la situation étudiée :



D'après le schéma

$$\tan\theta \simeq \theta = \frac{y_1}{d}$$

Ainsi

$$y_1 = d \times \theta$$

En prenant la valeur numérique de θ trouvée précédemment (exprimée en radian), on obtient

$$y_1 = 5 \times 2.10^{-5} = 10^{-4} \text{ m} = 100 \ \mu\text{m}$$

Question 36 : A (et B ?)

Si les neutrons sont envoyés un à un, leur description en terme de position est imprévisible. En effet, la mécanique quantique décrit l'état d'une particule par une densité de probabilité de présence et non par une position. Le comportement d'un seul neutron est donc imprévisible. En revanche, statistiquement, si on envoie successivement un grand nombre de neutrons, ils vont se repartir majoritairement aux lieux de grande probabilité de présence, ce qui correspond à la figure de diffraction. La réponse A est correcte, la D incorrecte.
La situation est analogue quelque soit la nature du corpuscule utilisé (à condition que les longueurs d'ondes soient les mêmes). La même expérience peut être réalisée avec de la lumière, en utilisant une intensité de faisceau très faible pour l'envoyer photon par photon. la réponse C est donc fausse.
La distance entre source et écran est séparée de $D = 10$ m (5 m avant la fente, 5 m après). La durée T du trajet d'un neutron de la source à l'écran est donc

$$T = \frac{D}{v_n} = \frac{10}{200} = 0,05 \text{ s} = 50 \text{ ms}$$

Donc si on veut être certain d'attendre qu'un neutron ait impacté l'écran avant d'envoyer le suivant, il faut respecter la condition $T_r > 50$ ms. ce qui validerait la réponse B. Toutefois, on peut également raisonner de la façon suivante : deux neutrons sont indépendants si leurs fonctions d'onde ne se recouvrent pas. Or leurs fonctions d'onde ont des largeurs typiques égales à λ_{DB}. Il faut donc respecter la condition

$$v_n T_r \gg \lambda_{DB} \quad \text{soit} \quad T_r \gg \frac{\lambda_{DB}}{v_n} = \frac{2.10^{-}9}{200} = 10^{-11} \text{ s}$$

Ce second raisonnement invalide la réponse B.